

## PRAVIDLA HRY

# Alberte, nezlob se!

text **TOMÁŠ MANČAL**, autor hry

**VÍTEJTE** u fyzikálně-společenské hry **ALBERTE, NEZLOB SE!** Hra je motivována fyzikálními experimenty, za které byla v roce 2022 udělena Nobelova cena za fyziku. Tyto experimenty demonstrují tzv. kvantovou nelokalitu, vlastnost, kterou kvantová fyzika nejvíce narušuje naši každodenní intuici. Kořeny zmíněných experimentů lze nalézt v debatě o smyslu, interpretaci a platnosti kvantové teorie, která se odehrála mezi Nielsem Bohrem a Albertem Einsteinem ve dvacátých a třicátých letech 20. století. Šlo o jednu z nehlubších intelektuálních debat v dějinách fyziky. Odrážela různé pohledy na poznání světa, v němž žijeme, a pohybovala se proto na hranici fyziky a filozofie. Spor o nelokalitu kvantové teorie mezi Bohrem a Einsteinem definitivně rozhodly až experimenty laureátů Nobelovy ceny za fyziku z roku 2022 Alana Aspecta, Johna Clausera a Antona Zeilingera. Půdu jim svými pracemi připravil teoretický fyzik John S. Bell.

Porozumíte-li experimentu a jeho pozadí, bude pro vás hra nezáživnější. S využitím pravidel a doprovodných tabulek si ji samozřejmě můžete zahrát i bez těchto znalostí. Chcete-li však vědět víc, můžete se o pozadí experimentu z hlediska fyziky dočíst v článku ve Vesmíru (Vesmír 102, 498, 2023/9).

### CO BUDETE POTŘEBOVAT?

Stejně jako k obyčejnému *Člověče, nezlob se!* (které si s naším herním plánem můžete zahrát také) potřebujete pro hru **dvou až čtyř hráčů**:

- herní plán,
- čtyři sady barevných figurek,
- alespoň jednu kostku,
- hrací žetony, představující stavy fotonů a výsledky měření,
- tužku a papír (v rámci hry budeme počítat tzv. Bellovu nerovnost).

Ve hře musejí být vždy čtyři figurky, dokonce i v případě, že je hráčů méně než čtyři.

Jinak nelze simulovat nobelovský experiment, na němž je hra založena.

**Fotonové žetony** (obr. 1), které označují stav polarizace fotonu, a žetony s výsledky měření ve formě hodnot +1 a -1 jsou k dispozici společně s herním plánem. Nejlépe bude, když si je vytisknete, podle potřeby podlepíte kartonem a vystříhnete. Celkem je k dispozici šest *stavů jednotlivých fotonů* (žetonů s různě orientovanými šipkami) a jeden dvojžeton, tzv. *provázaný stav* (s podivnou rovnicí s různě orientovanými šipkami). Další čtyři čtvercové žetony označují výsledky detekce fotonů jednotlivými detektory. K dispozici jsou dva žetony s výsledkem -1 a dva žetony s výsledkem +1.

### HERNÍ PLÁN

Herní plán má dvě hlavní části:

1. experimentální zařízení (obr. 2) na měření *koincidencí* fotonů, po kterém cestují fotony ze zdroje směrem k detektorům,
2. dráhu pro figurky, která se skládá jednak ze schodiště Švédské královské akademie věd (obr. 3) a jednak z cesty od schodiště do domečku. Výrazný prvek herního plánu je barevně vyvedená Bellova nerovnost.

### VARIANTY HRY

Hra má **dvě základní varianty**. **Jednoduchou**, v níž se hraje s *obyčejnými* fotony, a **pokročilou** s *fotony provázanými*.

V obou variantách nastupují figurky do hry přes schodiště Švédské královské akademie věd ve Stockholmu, na němž se počítá slavná **Bellova nerovnost**. Dvě varianty hry vedou k zásadně odlišným hodnotám veličiny  $S$ , která představuje levou stranu Bellovy nerovnosti. Jen v pokročilé variantě s provázanými fotony ovšem máme realistickou šanci překročit hodnotu  $S = 2$ , která **představuje hranici mezi klasickou a kvantovou fyzikou**. Ze hry by mělo být zřejmé, že narušení této hranice je důsledkem toho, že měření provázaných

fotonů na vzdálených detektorech jsou na sobě závislá.

### CÍL HRY

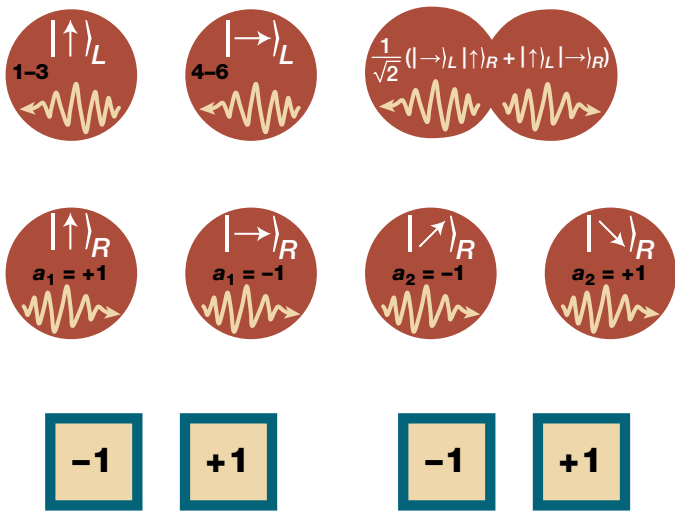
Stejně jako v obyčejném *Člověče, nezlob se* je **cílem hry dostat své figurky co nejrychleji do domečku**. V naší hře ovšem **máme na výběr ze dvou domečků** podle toho, jestli se přikláníte na stranu Alberta Einsteina, nebo Nielse Bohra. V průběhu hry se počítá hodnota na levé straně Bellovy nerovnosti (viz dále). Hra končí ve chvíli, kdy je výpočet dokončen, a **vyhrává ten, kdo má nejvíce figurek ve správném domečku**. Při rovnosti počtu figurek záleží na tom, kdo tohoto počtu dosáhl jako první.

### ZÁPLETKA

Zápletka hry vychází z faktu, že kvantově-mechanická měření mají (často, ale ne vždy) náhodné výsledky. Hodnota  $S$ , kterou v průběhu hry počítáme, bude průměrnou hodnotou<sup>1</sup> z pouhých čtyřiceti měření každé z veličin, z nichž se výsledná hodnota skládá. Odchytky od očekávaných teoretických hodnot mohou být při středování (průměrování) přes takto malý soubor měření značné.

Kdo bude vítězem hry, závisí na vypočtené hodnotě  $S$  levé strany Bellovy nerovnosti. **Pokud je  $S \leq 2$ , vyhrává ten, kdo první dovedl své figurky do domečku na Einsteinově straně. Pokud ovšem hra skončí s hodnotou  $S > 2$ , vyhrává ten, kdo první shromáždil své figurky v Bohrově domečku**. Ve variantě s obyčejnými fotony vyjde kvůli jistým omezením naší hry vždy  $S < 2$ , a je tedy prozřetelné mířit se svými figurkami k Einsteinovu domečku.

1) V kvantové mechanice hovoříme o střední hodnotě. Průměrná hodnota je pojem, který znají už žáci základních škol, neboť si počítají průměry ze známek. V našem kontextu je střední hodnota totéž, co průměrná hodnota, a proto používáme pojem, který je většinou čtenářů bližší.



### 1. Kruhové FOTONOVÉ ŽETONY a čtvercové žetony, označující výsledek detekce fotonu.

Hráč, který zaplní Bohrův domeček, nemá šanci vyhrát (více v sekci *Vlastnosti hry*). Ve variantě s provázanými fotony je v našem nastavení experimentu očekávaná hodnota přesně  $S = 2$  a hodnoty spočítané během hry kolem ní kolísají. **Každý hráč si tedy musí vsadit na Bohra, nebo Einsteina.** Může tak učinit také podle průběžné hodnoty  $S$ , kterou určuje postavení figurek ve hře (jak je vysvětleno v kapitole *Výpočet Bellovy nerovnosti*). Vyhrává ten, kdo má v době ukončení hry nejvíc figurek v domečku vítěze sporu Einsteina s Bohrem.

### HERNÍ POSTUP

**Na začátku hry si hráči vylosují barvu svých figurek.** Losování je důležité, neboť figurky různých barev se ve hře chovají trochu odlišně. Každá barva odpovídá jedné

pozici v Bellově nerovnosti uvedené na štítu budovy Švédské královské akademie věd (na hracím plánu). **Každý hráč postaví jednu svoji figurku na políčko START** pod hodnotu 0. Ve variantě s provázanými fotony mají červená a modrá figurka své dráhy jasné - pojedou od políčka START po naznačené modré nebo červené cestě a na jejím konci se teleportují do středu schodiště. Oproti tomu se cesty zelených a žlutých figurek mohou různě klikatit. Mohou také dorazit na konec schodiště tak, že jejich cesta do domečku bude náhodně poněkud delší než cesty modré a červené figurek. V konkrétní hře proto může losování barev přinést některým hráčům (malou) výhodu či nevýhodu.

Stejně jako v obyčejném *Člověče, nezlob se!* musejí i zde hráči nejprve dostat své figurky do hry, tedy na cestu do domečku. To se děje

překonáním schodiště. Dráhu k domečku a schodiště musíme rozlišovat. Ze schodiště se, na rozdíl od dráhy, figurky nevyhazují. Pokud se potkají, musejí políčko sdílet.

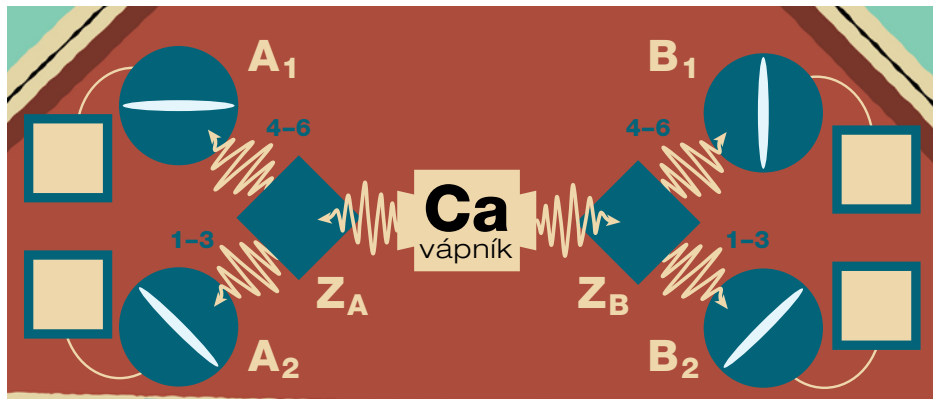
**Hráči se střídají v hodu kostkou** v dohodnutém pořadí (standardně ve směru hodinových ručiček). **Hráč, který má figurky na dráze, může libovolnou ze svých figurek táhnout kupředu o tolik políček, kolik hodil na kostce.** Pokud již na cílovém políčku stojí figurka, je z políčka vyhozena a vrací se na začátek hry. **Hráč se ovšem může vzdát tahu, kterým by soupeře vyhodil,** pokud mu to vyhovuje (viz kapitolu *Vlastnosti hry a možné strategie*). Na místě, kde se dráha rozdvíhá a míří buď k Einsteimovu, nebo k Bohrovu domečku, si **hráč může zvolit, do kterého z nich zamíří.** Buď projde **zadními vrátky** (obr. 4) a vydá se cestou do Einsteimova domečku, nebo bude pokračovat cestou do domečku Bohrova.

Pokud nemá hráč figurky na dráze, má je na schodišti. Pohyb po schodišti je vysvětlen dále.

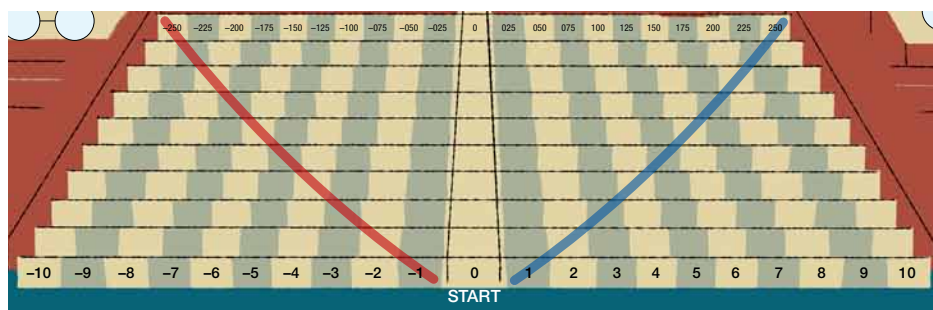
**Po celou dobu hry se vrhy kostkou využívají současně** k pohybu figurek po dráze i k simulaci experimentu s měřením fotonů, který řídí pohyb figurek

po schodišti. Ideální je zvolit si mezi hráči **experimentátora**, který na základě vržených čísel provádí experiment s fotonovými páry (táhne s fotonovými žetony po experimentálním zařízení na plánu hry) a hlásí výsledek každého dokončeného měření. Funkci experimentátora později podrobně popíšeme.

Každé měření vyžaduje celkem tři až pět vrhů kostkou (podle varianty hry). Dva fotony v něm dorazí na dva detektory, jeden na levé straně experimentu ( $A_1$  nebo  $A_2$ ) a jeden na straně pravé ( $B_1$  nebo  $B_2$ ). Fotony tedy detekuje jeden z dvojice detektorů ( $A_1, B_1$ ), ( $A_1, B_2$ ), ( $A_2, B_1$ ) nebo ( $A_2, B_2$ ). Každá dvojice je v Bellově nerovnosti označena jinou barvou, ideálně shodnou s barvami figurek, a **každé měření vybere barvu odpovídající jedné sadě figurek.** Jakmile experimentátor dokončí měření, vyhlásí barvu a výsledek (+1 nebo -1) experimentu. **Figurka vyhlášené barvy má pak možnost tahu po schodišti** Švédské královské akademie věd. Tah figurkou na schodišti nebo z úrovně START provede hráč **vždy o jedno pole dopředu** a o **jedno doprava nebo doleva** podle výsledku měření. Hodnota -1 vede figurku doleva, hodnota +1 doprava. Pokud je figurka **na kraji schodiště** a výsledek experimentu by vyžadoval tah mimo schodiště, **postupuje figurka pouze dopředu** (auty nejsou dovoleny). Každý hráč může mít na schodišti maximálně jednu figurku.



### 2. EXPERIMENTÁLNÍ ZAŘÍZENÍ umístěné v herním plánu na štítu budovy Švédské královské akademie.



### 3. SCHODIŠTĚ Švédské královské akademie, první část postupu figurek.

Z posledního pole schodiště nastoupí figurka přímo dopředu na dráhu. To platí i pro extrémní pozice **úplně vlevo** nebo **úplně vpravo** (tedy na červené a modré dráze), u nichž se však **okamžitě provede teleportace na pozici uprostřed schodiště**. Teleportace tu kompenzuje systematickou výhodu, kterou by hráči se zelenými a žlutými figurkami dostali kvůli tomu, že nepostupují po diagonále. Červené a modré figurky tedy vždy začínají cestu do domečku zprostředka schodiště, zatímco zelené a žluté se mohou během cesty po schodišti od středu schodiště o něco odchýlit.

**Hráč, jehož figurka naskočí na dráhu, si rovnou nasadí figurku novou**, a to na první schod schodiště, ve sloupci, v němž by se předchozí figurka na schodišti nacházela, kdyby po něm pokračovala. (Poslední krok figurky ze schodiště do hry se provede rovně před sebe, ale nově nasazená figurka provede úkrok podle výsledku experimentu.) Protože červená a modrá figurka se teleportují, nasazuje se nová figurka na první schod s hodnotou -1 (červená) nebo s hodnotou +1 (modrá). Jakmile některá figurka dosáhne posledního schodu, doporučujeme připravit si pod ní na úroveň START novou.

**Hrajeme tedy současně na dráze i na schodišti** a po každém vrhu kostkou táhneme:

- fotony po experimentálním zařízení,
- figurkami po schodišti (je-li dokončeno měření a vyhlášen jeho výsledek),
- figurkami, které míří do domečku (pokud jsou na dráze).

## KONEC HRY

**Když poslední ze šestnácti figurek projde schodištěm a naskočí na dráhu, hra končí.**

V tu chvíli se definitivně vyčíslí hodnota, kterou jsme v průběhu experimentu měřili. Podle obsazení domečků vyhlásíme vítěze.

## VÝPOČET BELLOVY NEROVNOSTI

**Poslední políčko v každém sloupci schodiště Švédské královské akademie věd nese číselné hodnoty od -250 do 250.** Figurka, která v příslušném sloupci stojí, přispívá touto hodnotou dělenou tisícem k členu odpovídající barvy v Bellově nerovnosti (obr. 5). Např. sloupec s hodnotou -150 přispívá proto hodnotou -0,150. Na začátku hry vyrazí figurky od středního sloupce (z místa označeného START), nad nímž je hodnota nula. Při každém měření vyjde jako výsledek +1 nebo -1 a figurky cestují po schodišti doleva (o -1 políčko) nebo doprava (o +1 políčko).

## 5. BELLOVA NEROVNOST na herním plánu.

Když figurka dorazí na konec, opustí v příštím tahu schodiště, vstoupí na dráhu k domečku a zároveň na začátek schodiště nastoupí nová. Při nástupu se vychází ze sloupce, ve kterém stojí figurka, která schodiště opouští (postoupí se o 1 doleva nebo doprava podle výsledku posledního měření). Celkem se každému hráči vystřídají na schodišti čtyři figurky. Protože má schodiště deset schodů, 4 figurky každé barvy vykročí celkem 40× směrem doprava nebo doleva. Poloha, ze které opouští schodiště poslední figurka dané barvy, odpovídá součtu všech kroků o +1 a -1 políčko. Vydělíme-li tento součet čtyřiceti, dostaneme střední hodnotu veličiny příslušné barvy v Bellově nerovnosti. Označení v horní části schodiště představuje (po vydělení 1000) tuto střední hodnotu. Díky němu nemusíme nic počítat a komplikovaně udržovat informaci o předchozích hodech.

**Při opuštění schodiště poslední figurkou dané barvy zapíšeme příspěvek příslušné barvy ke konečné hodnotě Bellovy nerovnosti (hodnotě S).** Ve verzi hry s provázanými fotony se červená a modrá figurka pohybují po modře a červeně vyznačené diagonále a přispívají do Bellovy nerovnosti hodnotou 1 a -1. Není třeba nic počítat.

K jaké střední hodnotě příslušného členu Bellovy nerovnosti se hra blíží, můžeme sledovat snadno v průběhu hry. Je tedy možné průběžně počítat i hodnotu S celé levé strany Bellovy nerovnosti a podle toho upravovat strategii (viz kapitolu *Vlastnosti hry a možné strategie*).

## EXPERIMENT S FOTONY (FUNKCE EXPERIMENTÁTORA)

Nejnáročnější úloha ve hře přísluší experimentátorovi, který musí experimentovat s fotonovými páry na experimentálním zařízení podobném tomu, na němž experimentovali v roce 1982 Alain Aspect a jeho kolegové. Tady se odlišují **dvě varianty hry**.

### VARIANTA S NEPROVÁZANÝMI (OBYČEJNÝMI) FOTONY

V této variantě potřebujeme **žetony s vertikálně polarizovaným fotonem** (je na nich šipka směřující vzhůru - žeton označený  $|\uparrow\rangle$ ) a **s horizontálně polarizovaným fotonem** (šipka na nich míří doprava - žeton označený  $|\rightarrow\rangle$ ). K dispozici máme čtyři takové žetony, dva označené indexem  $L$  a určené pro cestování směrem doleva a dva

označené indexem  $R$  určené pro cestu doprava. Na začátku hry si je experimentátor připraví, aby je mohl posunovat po plánu experimentálního zařízení na štítu budovy v hracím plánu.

Experimentátor sleduje vrhy kostkou, které provádějí ostatní hráči (experimentátor může být jedním z nich), a podle hodnot, které padnou, provádí následující:

**1. První vrh v sérii rozhodne, který foton poletí jakým směrem.** Na žetonech s indexem  $L$  jsou vyznačeny hodnoty 1-3 a 4-6. Pokud padne 1-3, poletí foton  $|\uparrow\rangle_L$  doleva a foton  $|\rightarrow\rangle_R$  doprava (je to na nich vyznačeno). Pokud padne 4-6, poletí foton  $|\rightarrow\rangle_L$  doleva a foton  $|\uparrow\rangle_R$  doprava (je to na nich opět vyznačeno).

Experimentátor položí odpovídající fotonové žetony na otočná zrcátka (na plánu jsou označena jako  $Z_A$  pro foton doleva a  $Z_B$  pro foton doprava).

**2. Druhý vrh rozhodne, na který z detektorů 1 nebo 2 vyšle zrcátko  $Z_A$  foton postupující doleva.** Pokud padne 4-6, poletí foton k detektoru  $A_1$ , padne-li 1-3, poletí k detektoru  $A_2$ . Hodnoty vrhu příslušných směrů postupu žetonu jsou vyznačeny na hracím plánu.

Experimentátor posune žeton na odpovídající detektor. Pokud to jde bez vrhání kostkou, vyhodnotí experimentátor měření na detektorech  $A_1$  nebo  $A_2$  (jak vyhodnotit měření, je popsáno dále). Výsledkem je hodnota +1 nebo -1. Žeton s touto hodnotou experimentátor přiloží do políčka příslušného detektoru.

**3. Třetí vrh rozhodne, na který z detektorů 1 nebo 2 poletí foton vyslaný směrem doprava.** Pokud padne 4-6, poletí foton k detektoru  $B_1$ , padne-li 1-3, poletí k detektoru  $B_2$ . Experimentátor posune žeton ze zrcátka  $Z_B$  na příslušný detektor. Pokud to jde bez vrhání kostkou, vyhodnotí měření na detektorech  $B_1$  nebo  $B_2$ . Výsledkem je hodnota +1 nebo -1. Žeton s touto hodnotou experimentátor přiloží do políčka příslušného detektoru.

Po třech vrzích je tedy zřejmé, která kombinace detektorů je v tomto měření aktivní a někdy také jaké výsledky na nich byly naměřeny. Experimentátor může nyní hlásit zvolenou barvu podle následujícího přehledu:

- $A_1$  a  $B_1$  = modrá,
- $A_1$  a  $B_2$  = zelená,
- $A_2$  a  $B_1$  = žlutá,
- $A_2$  a  $B_2$  = červená.

**Pokud je směr polarizace fotonu stejný jako směr nastavení detektoru** (např.

detektor a stav	výsledek	detekce	pravděpodobnost	stav druhého fotonu
$A_1$ $ \uparrow\rangle_L$	$a_1 = -1$	NE	100 %	není ovlivněn
$A_2$ $ \uparrow\rangle_L$	$a_1 = +1$	ANO	50 %	není ovlivněn
	$a_1 = -1$	NE	50 %	není ovlivněn
$A_1$ $ \rightarrow\rangle_L$	$a_1 = +1$	ANO	100 %	není ovlivněn
$A_2$ $ \rightarrow\rangle_L$	$a_1 = +1$	ANO	50 %	není ovlivněn
	$a_1 = -1$	NE	50 %	není ovlivněn
$A_1$ $ \psi\rangle$	$a_1 = +1$	ANO	50 %	$ \uparrow\rangle_R$
	$a_1 = -1$	NE	50 %	$ \rightarrow\rangle_R$
$A_2$ $ \psi\rangle$	$a_1 = +1$	ANO	50 %	$ \searrow\rangle_R$
	$a_1 = -1$	NE	50 %	$ \nearrow\rangle_R$

**TABULKA I:** Výsledky měření fotonových stavů na detektorech A na levé straně experimentu. Modrá políčka se týkají neprovázaných fotonů, žlutá fotonů provázaných. U provázaných fotonů jsou specifikovány stavy fotonu, které jsou měřeny na pravé straně experimentu jako následek detekce na levé straně.

detektor a stav	výsledek	detekce	pravděpodobnost	stav druhého fotonu
$B_1$ $ \uparrow\rangle_R$	$b_1 = +1$	ANO	100 %	—
$B_2$ $ \uparrow\rangle_R$	$b_1 = +1$	ANO	50 %	—
	$b_1 = -1$	NE	50 %	—
$B_1$ $ \rightarrow\rangle_R$	$b_1 = -1$	NE	100 %	—
$B_2$ $ \rightarrow\rangle_R$	$a_1 = +1$	ANO	50 %	—
	$a_1 = -1$	NE	50 %	—
$B_1$ $ \searrow\rangle_R$	$a_1 = +1$	ANO	50 %	—
	$a_1 = -1$	NE	50 %	—
$B_2$ $ \searrow\rangle_R$	$a_1 = -1$	NE	100 %	—
$B_1$ $ \nearrow\rangle_R$	$a_1 = +1$	ANO	50 %	—
	$a_1 = -1$	NE	50 %	—
$B_2$ $ \nearrow\rangle_R$	$a_1 = +1$	ANO	100 %	—

**TABULKA II:** Výsledky měření fotonových stavů na detektorech B na pravé straně experimentu. Modrá políčka se týkají jak provázaných, tak neprovázaných fotonů, žlutá pouze varianty s provázanými fotony.

oba jsou nastaveny vertikálním směrem), detektor detekuje foton s jistotou a **výsledek měření je +1**. Jestliže je **směr polarizace fotonu kolmý na směr nastavení detektoru** (např. foton je polarizován vertikálně a detektor horizontálně), foton s jistotou neprojde a **výsledkem měření bude -1**.

V těchto případech už známe všechny výsledky. Je-li nutné vyhodnotit výsledky měření na některém z detektorů pravděpodobnostně, musejí se na to obětovat další vrhy kostkou. V našem nastavení jsou všechny ostatní pravděpodobnosti detekce právě 50 %. Příkladem takové situace je detektor nastavený na 45 stupňů (diagonální směr, označený  $|\nearrow\rangle$ ) a foton polarizovaný horizontálně,  $|\rightarrow\rangle$ . Pokud k tomu na některých detektorech dojde, experimentátor vyhodnotí výsledky podle dalších vrhů.

**Čtvrtý, případně pátý vrh je použit na vyhodnocení pravděpodobnostních měření.** Pokud padne 1-3, je výsledkem měření -1, padne-li 4-6, je výsledkem měření +1. Podle stejného klíče můžeme určovat výsledné hodnoty u všech pravděpodobnostních experimentů ve hře.

Po 3 až 5 vrzích kostkou tedy známe výsledky aktuálních měření. Nakonec musí

experimentátor **výsledky z detektorů nalevo a detektorů napravo mezi sebou vynásobit**. Výslednou hodnotu +1 tedy obdržíme, pokud jsou na detektorech detekovány stejné výsledky, např. oba budou -1 nebo oba +1. Naopak hodnotu -1 obdržíme, pokud se výsledky liší. Celkový výsledek vyhlásí experimentátor společně s určenou barvou, např.

**„modrá, minus 1“.**

Po takové hlášce postoupí „modrý“ hráč svou figurkou po schodišti o jedno políčko dopředu a jedno políčko doleva.

Experimentátor si znovu připraví žetony a celý cyklus se opakuje znovu od bodu 1.

Po skončení hry je v této variantě očekávaná hodnota rovna zhruba 1,18. V tomto případě nemůže v naší hře překročit hodnotu 2 (viz kapitolu *Vlastnosti hry a možné strategie*). Tato varianta hry je určena hlavně k tomu, aby tvořila kontrast k variantě s provázanými fotony. Není tak náročná na experimentátora a může být použita k prvnímu seznámení s hrou.

#### VARIANTA S PROVÁZANÝMI FOTONY

V této variantě potřebujeme **dvojžeton s provázaným fotonovým párem a všechny**

**žetony pro stavy letící na pravou stranu k detektorům B** (tedy ty označené indexem R). Dvojžeton je určen pro cestování doleva. Experimentátor si ho rovnou posune doleva na nastavitelné zrcátko. Ve skutečném experimentu „letí“ na obě strany stejný neurčitý stav fotonu, tím ušetříme vrh kostkou, který by určil, co kam letí.

**První vrh rozhodne, na který z detektorů 1 nebo 2 poletí foton vyslaný směrem doleva.** Pokud padne 4-6, poletí foton k detektoru  $A_1$ , padne-li 1-3, poletí foton k detektoru  $A_2$ . Experimentátor umístí dvojžeton na příslušný detektor. Dvojžeton tu působí jako značka pro detektor, na kterém se bude provázaný stav měřit.

Nyní nastává zcela zásadní bod měření s provázanými fotony. Ve hře předpokládáme, že nejprve měříme provázaný stav na detektorech A a teprve posléze na detektorech B (mohli bychom to předpokládat i obráceně - v celkovém výsledku na pořadí nezáleží). Měřením na detektoru  $A_1$  nebo  $A_2$ , které je v tomto případě vždy pravděpodobnostní, určíme stav světla, který vstoupí do experimentu na straně s detektory  $B_1$  a  $B_2$ .

**Druhý vrh určí výsledek měření na detektoru  $A_1$  nebo  $A_2$ .** Jako u všech pravděpodobnostních měření v naší hře, pokud padne 1-3, bude výsledek měření -1, pokud padne 4-6, bude výsledkem +1. Podle výsledku měření experimentátor určí, v jakém stavu bude světlo na straně B po měření detektorem na straně A. Výsledky z levé strany jsou vyznačeny na fotonových žetonech pro cestování doprava, tedy na těch, které jsou označeny indexem R (vše je také přehledně shrnuto v **tabulce I**). Je-li např. naměřena hodnota  $a_1 = +1$  (to znamená, že detektor  $A_1$  zaznamenal foton), přiložíme na zrcátko na pravé straně žeton stavu  $|\uparrow\rangle_R$ .

**Třetí vrh rozhodne, na který z detektorů 1 nebo 2 poletí foton vyslaný směrem doprava.** Jestliže padne 4-6, poletí foton k detektoru  $B_1$ , padne-li 1-3, poletí foton k detektoru  $B_2$ . Experimentátor přiloží žeton určený po druhém vrhu na příslušný detektor. Tím je určena barva, která táhne po schodišti. Pokud to jde bez dalšího vrhání kostkou, vyhodnotí experimentátor měření na detektorech  $B_1$  nebo  $B_2$  (podle **tabulky II**). Výsledkem je hodnota +1 nebo -1.

Je-li to nutné, **určí čtvrtý vrh hodnotu naměřenou na detektoru  $B_1$  nebo  $B_2$**  (podle **tabulky II**). Pokud padne 1-3, bude výsledek měření -1, padne-li 4-6, bude výsledek +1.

Po 3 až 4 vrzích kostkou známe výsledky všech aktuálních měření. Výsledky z různých detektorů mezi sebou vynásobíme a experimentátor vyhlásí výsledek, např.

**„zelená, plus 1“.**

Po takové hlášce postoupí „zelený“ hráč svou figurkou po schodišti o jedno políčko dopředu a zároveň o jedno políčko doprava.

Experimentátor si znovu připraví žetony a celý cyklus se opakuje od bodu 1.

Po skončení hry je v této variantě **očekávána hodnota  $S = 2$** . Jen o něco málo méně než polovina případů překročí vlivem fluktuací hodnotu 2 (viz kapitolu *Vlastnosti hry a možné strategie*).

## TABULKY PRO VYHODNOCENÍ MĚŘENÍ

Náš herní experiment je nastaven tak, aby některé detekce nastávaly (či naopak nenastávaly) se 100% pravděpodobností. Výsledky lze proto snadno určit bez simulace náhody. Ta **měření, která takto přímo nejsou určena, mají všechna 50% pravděpodobnost**, že foton bude detektorem registrován, nebo naopak neregistrován. Simulaci náhody obstarává kostka. Na ní padne vždy s 50% pravděpodobností číslo mezi 1-3 a s 50% pravděpodobností číslo mezi 4-6. Měření provádíme vlevo na detektorech A nebo vpravo na detektorech B. **Když směr nastavení detektoru souhlasí s orientací stavu světla**, bude výsledkem měření vždy (se 100% pravděpodobností) detekce fotonu, čemuž odpovídá **hodnota +1**. Pokud je **orientace detektoru kolmá na orientaci polarizace světla**, je se 100% pravděpodobností výsledkem nezachycení fotonu, a tedy **hodnota -1**.

**Tabulky I a II** uvádějí vždy detektor a stav, který je na něm měřen. Dále je v nich uvedené, zda byl foton detekován, či nikoliv a odpovídající pravděpodobnost dosažení výsledku, případně v jakém stavu se bude nacházet druhý z fotonů. **Je-li pravděpodobnost 50%, je třeba vrhem kostkou určit, který z výsledků bude použit**. Pokud je na detektorech A měřen provázaný stav (označený zde jako  $|\Psi\rangle$ ), je v příslušném řádku uveden i výsledný stav světla, který bude měřen na detektorech B. Při hře lze odpovídající stavy snadno určit bez použití tabulek, protože na fotonových žetonech je vyznačena odpovídající naměřená hodnota na levých detektorech. Pokud je vlevo např. výsledek  $a_2 = -1$  (detektor  $A_2$  nedetekoval

foton), bude vpravo použit žeton, na němž je napsáno „ $a_2 = -1$ “, což je shodou okolností stav  $|\lambda\rangle_R$ .

## VLASTNOSTI HRY A MOŽNÉ STRATEGIE

V jednoduché variantě hry s obyčejnými neprovázanými fotony nedává příliš smysl volit jiný domeček než Einsteinův. Díky omezení našeho schodiště je největší střední hodnota „naměřená“ našimi figurkami 0,25 (nebo -0,25 v opačném extrému), proto může mít Bellova nerovnost v extrémním případě právě hodnotu 2. I tehdy vyhrává Einsteinův domeček. Kdyby bylo schodiště libovolně široké, bylo by možné zhruba dvakrát za 10 000 her obdržet hodnotu  $S > 2$ . To se ovšem kvůli našemu omezení stát nemůže. Cesty do Bohrova i Einsteinova domečku jsou stejně dlouhé, a tak se mohou hráči dohodnout, že budou používat v této variantě jen jeden libovolný domeček.

Ve variantě hry s provázanými fotony vede k výhře nejen náhoda, ale i správně zvolený cílový domeček. Volba domečku se provede pro každou figurku zvlášť ve chvíli, kdy figurka dorazí na místo, kde se cesta k domečkům rozděluje. Hráč to nejlépe učiní podle toho, jak dopadne výpočet hodnoty  $S$ . Jelikož však nikdo neví dopředu, jak celková hodnota  $S$  vyjde, a jak známo, cestovat v čase zatím neumíme, musí se hráč rozhodovat na základě informací, které má k dispozici v průběhu hry. K tomu je potřeba vědět, na čem hodnota  $S$  závisí a jak obvykle výsledky vypadají.

Einsteinův domeček je ve skutečnosti zvýhodněn tím, že vyhrává i v případě, kdy  $S = 2$ . To se v našem nastavení stane zhruba ve stu her s provázanými fotony z tisíce hraných. Ve stejném počtu hraných her vyjde  $S > 2$  asi  $450\times$  a  $S < 2$  rovněž asi  $450\times$ . Einstein se sice mýlil, ale jeho kritika zásadně přispěla k rozvoji kvantové mechaniky. Lehké zvýhodnění, které mu tady poskytujeme, je jakousi cenou útechy. Bohrovou odměnou je, že měl pravdu.

Jak se ukazuje, pro **odhadnutí „průběžné“ hodnoty stačí sledovat pozice žluté**

**a zelené figurky**. Ve variantě s provázanými fotony přispívají modrá a červená figurka hodnotami 1 a -1 bez ohledu na házení kostkou. Hodnota od zelené figurky přispívá k Bellově nerovnosti se záporným znaménkem a sčítá se s hodnotou 1 od modré figurky. Aby celá absolutní hodnota s modrým políčkem (první zleva) přispívala větší hodnotou než 1 (což potřebujeme pro překročení hranice  $S = 2$ ), musí zelená figurka přispívat zápornou hodnotou, protože se od modré jedničky odčítá. Zelená figurka tedy musí stát nalevo od středu schodiště (nalevo od nuly). Obdobně žlutá figurka musí také přispívat zápornou hodnotou, aby absolutní hodnota, v níž je žluté políčko obsazeno, byla větší než 1, protože se přičítá k hodnotě -1 od červené figurky.

To znamená, že **zelená i žlutá figurka musí stát vlevo od středu, aby byla jednoznačně překročena hodnota  $S = 2$** . Jestliže se jedna figurka vyskytuje vlevo a druhá vpravo od středu schodiště, je hodnota  $S = 2$  překročena jen tehdy, je-li figurka nalevo dále od středu než figurka napravo. Je ovšem třeba brát v úvahu, že v takovém případě je hodnota velmi blízko  $S = 2$  a situace se může velmi snadno změnit jen několika vrhy kostkou.

Může nastat i situace, kdy se na schodišti nachází už jen poslední modrá nebo červená figurka (případně se tam nalézají obě) a hodnota Bellovy nerovnosti je tím už rozhodnuta. I pak může ještě zbývat dost času nasměrovat své zbývající figurky do správného domečku. Z toho také plyne strategie pro vyhazování soupeřů. Hráč by asi měl odolat pokušení vyhodit soupeři poslední zelenou figurku, pokud je pro něj hodnota Bellovy nerovnosti příznivá. Zelená figurka by mohla novým postupem po schodišti výsledek ještě zvrátit. Naopak vyhození červené figurky pouze poskytuje čas poslat své figurky do správného domečku. Tutéž šanci to ovšem dává i soupeři.

Inteligentní hráči nepochybně přijdou na další možné strategie, a netřeba jim proto dávat dopředu všechny návody.

**Nezbývá než popřát veselé experimentování s fotony.**